Examenul naţional de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE
11 decembrie 2025

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

- **SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

1.	Scrie numerele sub forma $\log_2 3, \log_2 6, \log_2 12$ Verifică $\log_2 3+\log_2 12=2\cdot\log_2 6 \Leftrightarrow \log_2 36=\log_2 36$	**2p** **3p**
2.	Determină punctele de intersecție ale graficului funcției f, cu axa $Ox: A(9,0),\ B(-1,0)$ Calculează $AB=\lvert x_A-x_B\rvert=10$	**3p** **2p**
3.	$2^x+3\cdot 2^{x-4}=76 \Rightarrow 2^{x-4}\left(2^4+3\right)=76 \Rightarrow 19\cdot 2^{x-4}=76$ $2^{x-4}=4 \Rightarrow x=6$.	**3p** **2p**
4.	$T_{k+1}=C_{21}^k x^{21-k}\cdot x^{-\frac{k}{2}}=C_{21}^k x^{\frac{42-3k}{2}}$ $\frac{42-3k}{2}=0 \Rightarrow k=14 \Rightarrow T_{15}$	**2p** **3p**
5.	Determină punctul de intersecție al dreptelor $A(1,1)=d_1\cap d_2$. Calculează distanța $d\left(A,d_3\right)=3$	**2p** **3p**
6.	$\sin A=\sin 135^0=\sin 45^0=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{4}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sin C} \Leftrightarrow \sin C=\frac{2}{4}=\frac{1}{2} \Rightarrow m(\sphericalangle C)=\frac{\pi}{6}$	**2p** **3p**

- **SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}6 & 10\\ -2 & -3\end{pmatrix}$ $det\,A(1)=\begin{vmatrix}6 & 10\\ -2 & -3\end{vmatrix}=-18-(-20)=2$	**2p** **3p**
b)	$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}1+5a & 10a\\ -2a & 1-4a\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1+5b & 10b\\ -2b & 1-4b\end{pmatrix}=$ $\begin{pmatrix}1+5(a+b+ab) & 10(a+b+ab)\\ -2(a+b+ab) & 1-4(a+b+ab)\end{pmatrix}=A(a+b+ab), \forall a,b\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
c)	$A^2(a)=A(a)\cdot A(a)=A(a^2+2a),\ A^4(1)=A(15)$. $a^2+2a=15.\ a_1=-5$ și $a_2=3$ sunt soluțiile	**3p** **2p**
2.a)	$x\circ e=e\circ x, \forall x\in\mathbb{R}$, $x\circ e=x \Leftrightarrow axe+x+e=x \Leftrightarrow e(ax+1)=0, \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow e=0$ este element neutru	**2p** **3p**
b)	$(\forall)x\in G, y\in G \Leftrightarrow x>-\frac{1}{a}, y>-\frac{1}{a} \Leftrightarrow x+\frac{1}{a}>0, y+\frac{1}{a}>0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{a}\right)\left(y+\frac{1}{a}\right)>0$	**2p**

	$a>0\Rightarrow a\left(x+\frac{1}{a}\right)\left(y+\frac{1}{a}\right)>0\Rightarrow a\left(x+\frac{1}{a}\right)\left(y+\frac{1}{a}\right)-\frac{1}{a}>-\frac{1}{a}\Rightarrow x\circ y\in G$	**3p**
c)	$a=3\Rightarrow x\circ y=3\left(xy+\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}y+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\right)=3\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(y+\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{3}\Rightarrow$ $x\circ x\circ x=3^2\left(x+\frac{1}{3}\right)^3-\frac{1}{3},\forall x\in G\Rightarrow$ $x\circ x\circ x=21\Leftrightarrow 3^2\left(x+\frac{1}{3}\right)^3-\frac{1}{3}=21\Rightarrow\left(x+\frac{1}{3}\right)^3=\left(\frac{4}{3}\right)^3\Rightarrow x=1$ soluție unică	**2p** **3p**

- **SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=f'(0)=1+0=1$	**3p** **2p**
b)	$m=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right)=2$ $n=\lim_{x\to+\infty}(f(x)-2x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}=0$ $y=2x$ este ecuația asimptotei olblice la graficul funcției spre $+\infty$	**2p** **3p**
c)	$f'(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}}>0\Rightarrow f$ strict crescătoare pe $\mathbb{R}$ $\Rightarrow f$ injectivă $\lim_{x\to\infty}f(x)=+\infty$, $\lim_{x\to-\infty}f(x)=0$, f strict crescătoare pe $\mathbb{R}$ și continuă pe $\mathbb{R}$ $\Rightarrow \mathrm{Im}(f)=(0,+\infty)\Rightarrow f$ surjectivă $\Rightarrow f$ bijectivă $\Rightarrow f(x)=m$ are soluție unică oricare ar fi $m\in(0,\infty)$	**2p** **3p**
2.a)	F primitivă a lui $f\Rightarrow F$ derivabilă și $F'(x)=f(x)\Rightarrow F''(x)=f'(x)$ oricare ar fi $x\in(0,\infty)$ $\Rightarrow F''(x)=\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)'=-\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{4x\sqrt{x}}\right)<0$, oricare ar fi $x\in(0,\infty)\Rightarrow F$ concavă pe $(0,\infty)$	**2p** **3p**
b)	Pentru $\int\ln x\cdot\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)dx=\int\frac{\ln x}{x}dx+\int\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}dx=\int\ln x(\ln x)'dx+\int\ln x\cdot\left(\sqrt{x}\right)'dx$ $=\frac{1}{2}\ln^2 x+\ln x\cdot\sqrt{x}-\int\frac{1}{\sqrt{x}}dx=\frac{1}{2}\ln^2 x+\ln x\cdot\sqrt{x}-2\sqrt{x}+C$	**2p** **3p**
c)	Dacă F este o primitivă a funcției f atunci F derivabilă și $F'(x)=f(x)\Rightarrow F''(x)=f'(x)$ $G(x)=\int g(x)dx=\int f(x)\cdot f'(x)dx=\frac{1}{2}\left(f^2(x)\right)+C$ $G(x)=\frac{1}{2}\left(f^2(x)\right)+\frac{7}{8}$	**2p** **3p**